Ministerul Educației și Cercetării – Serviciul Național de Evaluare și Examinare

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D/F

Varianta ….020

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările

Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale

NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A_n(n,1)$, $\forall n \in \mathbf{N}$ și $O(0,0)$.

(4p) **a)** Să se verifice că punctele A_0 și A_1 sunt situate pe dreapta de ecuație $y=1$.

(4p) **b)** Să se arate că punctele A_0, A_1 și A_2 sunt coliniare .

(4p) **c)** Să se calculeze aria triunghiului OA_0A_1.

(4p) **d)** Să se calculeze lungimea segmentului $[OA_n]$, $n \in \mathbf{N}$.

(2p) **e)** Să se determine numărul dreptelor care trec prin cel puțin 2 puncte din mulțimea $\{O, A_0, A_1, ..., A_{10}\}$.

(2p) **f)** Să se determine numărul triunghiurilor care au vârfurile în câte 3 puncte din mulțimea $\{O, A_0, A_1, ..., A_{10}\}$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze $\log_2 8 - \log_3 9 + \log_5 25$.

(3p) **b)** Să se determine cel mai mare termen din şirul de numere $C_2^1, C_3^2, C_4^3, C_5^4, C_6^5$.

(3p) **c)** Să se rezolve ecuația $5^x = \sqrt{5}$, $x \in \mathbf{R}$.

(3p) **d)** Să se determine restul împărțirii polinomului $f = X^4 + 1$ la polinomul $g = X + 1$.

(3p) **e)** Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = -x + 10$. Să se calculeze $(f \circ f)(1)$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^4 - 4x$.

(3p) **a)** Să se rezolve ecuația $f(x) = 0$, $x \in \mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

(3p) **c)** Să se determine punctele de extrem local ale funcției f.

(3p) **d)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)\,dx$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x \cdot f'(x)}$.

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $\mathbf{M}_2(\mathbf{R})$ se consideră matricea $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi mulțimea

$G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \mid a, c \in (0, \infty), b \in \mathbf{R} \right\}$.

(4p) **a)** Să se arate că $I_2 \in G$.

(4p) **b)** Să se calculeze determinantul matricei $M = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \in G$.

(4p) **c)** Să se arate că, dacă $A, B \in G$, atunci $A \cdot B \in G$.

(2p) **d)** Să se verifice că, dacă $C = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \in G$, atunci matricea $D = \begin{pmatrix} \frac{1}{a} & -\frac{b}{ac} \\ 0 & \frac{1}{c} \end{pmatrix} \in G$ şi $C \cdot D = D \cdot C = I_2$.

(2p) **e)** Să se găsească două matrice $U, V \in G$ pentru care $U \cdot V \neq V \cdot U$.

(2p) **f)** Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că

$$\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} a^n & b\left(a^{n-1} + a^{n-2}c + \ldots + ac^{n-2} + c^{n-1}\right) \\ 0 & c^n \end{pmatrix}, \quad \forall n \in \mathbf{N}^*, \ \forall a, b, c \in \mathbf{R}.$$

(2p) **g)** Să se arate că înmulțirea matricelor determină pe mulțimea G o structură de grup necomutativ.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = 3^x - 2^x$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(x) - f(0)}{x}$.

(4p) **c)** Să se arate că $f(x) \geq 0$ $\forall x \in [0, \infty)$.

(2p) **d)** Să se calculeze $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(x)}{x}$, ştiind că $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{a^x - 1}{x} = \ln a$, $\forall a > 0$.

(2p) **e)** Să se determine ecuația asimptotei către $-\infty$ la graficul funcției f.

(2p) **f)** Să se arate că $\displaystyle\int_0^x a^t dt = \frac{a^x - 1}{\ln a}$, $\forall x \in \mathbf{R}$, $\forall a > 0$, $a \neq 1$.

(2p) **g)** Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f, axa Ox şi dreptele de ecuații $x = 0$ şi $x = 1$.